

# Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

1. välikoe 28.10.2011 / Mellin

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 1. välikoe 28.10.2011
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

**Sallitut apuvälineet: Ylioppilastutkintolautakunnan hyväksymä laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.**

**Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi: pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.**

1. (a) Tulliin tulee samanaikaisesti 13 matkustajaa, joista 4 salakuljettavaa huumeita. Matkustajien joukosta poimitaan satunnaisesti 5 matkustajaa tarkastettavaksi.
- Osatehtävä 1: Määrää todennäköisyys, että tarkastettavaksi valittujen joukkoon ei tule yhtään salakuljettajaa.
- Osatehtävä 2: Määrää todennäköisyys, että tarkastettavaksi valittujen joukkoon tulee täsmälleen 2 salakuljettajaa.
- (b) Naulojen pituudet vaihtelevat satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa parametrein  $\mu = 2$  cm ja  $\sigma^2 = 0.01$  cm<sup>2</sup>. Poimit naulojen joukosta satunnaisesti nauloja yksi naula kerrallaan, kunnes olet löytänyt 2 naulaa, joiden pituus on yli 2.01 cm.
- Osatehtävä 1: Määrää odotusarvo poimittavien naulojen lukumäärälle.
- Osatehtävä 2: Määrää todennäköisyys, että joudut poimimaan yli 4 naulaa.
2. (a) Heitetään noppaa kaksi kertaa. Olkoon satunnaismuuttuja  $X$  tulos 1. heitosta ja satunnaismuuttuja  $Y$  tulos 2. heitosta ja olkoon lisäksi  $U = X + Y$  ja  $V = X - Y$ . Määrää  $\text{Cor}(U, V)$ .
- (b) Oletetaan, että  $X_1$  ja  $X_2$  ovat riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat jatkuvaa tasaista jakaumaa välillä  $(-1, 1)$ .
- Määrää satunnaismuuttujan
- $$X_{(2)} = \max\{X_1, X_2\}$$
- odotusarvo.

3. (a) Timanttien lukumäärä eräässä kaivoksessa noudattaa Poisson-jakaumaa niin, että keskimääräinen timanttien lukumäärä kuutiometrissä kiviainesta on 20.  
Määrää todennäköisyys sille, että 1000 kuutiometrin erässä kiviainesta löytyy vähemmän kuin 19900 timanttia.
- (b) Oletetaan, että heität 100000 kertaa virheetöntä oktaedrin muotoista noppaa, jonka sivutahkot on merkitty silmäluvuin 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ja 8.  
Määrää todennäköisyys sille, että silmäluku 7 esiintyy heittotulosten joukossa yli 12600 kertaa.  
Oktaedri on säännöllinen monitahokas, jossa on 8 tasasivuisen kolmion muotoista sivutahkoa. Oktaedrin muotoinen noppa on virheetön, jos sen jokaisella silmäluvulla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ja 8 on sama todennäköisyys tulla heitettäessä tulokseksi.

4. (a) Olkoon  $X$  positiivinen satunnaismuuttuja, jolle  $E(X) = 3$ .  
Määrää todennäköisyyden  $\Pr(X > 15)$  suurin mahdollinen arvo.
- (b) Olkoon satunnaismuuttujan  $X$  kertymäfunktio

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}x^2 + bx, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Osatehtävä 1: Määrää vakion  $b$  arvo

Osatehtävä 2: Määrää  $\Pr(0.5 < X < 1)$ .

- (c) Olkoon satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{\mu} \exp\left(-\frac{1}{\mu}x\right), & x \geq 0 \end{cases}$$

Määrää  $\text{Var}(X)$ .

HAHAHA!  
t. kata